

UE ALGO5 — TD2 — Séance 7 : Arbres binaires

Objectifs

À la fin de cette séance, vous devriez être capable de :

- manipuler et concevoir des arbres binaires comme des structures abstraites ;
- réfléchir aux propriétés des arbres binaires ;
- proposer des implémentations d'arbres binaires cohérentes avec les spécifications choisies en utilisant des structures sous-jacentes adaptées.

On donne un exemple de spécification d'un type abstrait `Arbre` construit sur un type `Élément`.

```

1  ArbreVide {
   Données : aucun
3  Résultat : un Arbre vide
   Post-condition : renvoie un Arbre vide
5  Effet de bord : aucun
   }
7
8  NouveauNœud(G,x,D) {
9  Données : un Arbre G, un Élément x, un Arbre D
   Résultat : un Arbre constitué du nœud (G, x, D)
11 Effet de bord : un nouveau nœud a été créé
   }
13
14 EstArbreVide(A) {
15 Donnée : un Arbre A
   Résultat : un booléen vrai ssi A est un Arbre vide
17 }
19 Racine(A) {
   Donnée : un Arbre A
21 Résultat : l'Élément associé à la racine de A
   Pré-condition : A non vide
23 }
25 FilsDroit(A) {
   Donnée : un Arbre A
27 Résultat : un Arbre, renvoie le fils droit associé à la
   racine de A
   Pré-condition : A non vide
29 }
31 FilsGauche(A) {
   Donnée : un Arbre A
33 Résultat : un Arbre, renvoie le fils gauche associé à
   la racine de A
   Pré-condition : A non vide
35 }
37 Libérer(A) {
   Donnée : un Arbre A
39 Pré-condition : A non vide
   Post-condition : la mémoire associée au nœud ra-
   cine de A est libérée
41 Effet de bord : La racine de A est détruite, les fils
   gauche et droit sont inchangés
   }
43
44 InsérerGauche(A,G) {
45 Donnée-résultat : un Arbre A
   Donnée : un Arbre G
47 Pré-condition : A non vide
   Post-condition : le fils gauche de A est remplacé par
   l'Arbre G.
49 Effet de bord : l'Arbre A est modifié, son ancien fils
   gauche est «détruit»
   }
51
52 InsérerDroit(A,D) {
53 Donnée-résultat : un Arbre A
   Donnée : un Arbre D
55 Pré-condition : A non vide
   Post-condition : le fils droit de A est remplacé par
   l'Arbre D.
57 Effet de bord : l'Arbre A est modifié, son ancien fils
   droit est «détruit»
   }

```

Exercice 1. Utilisation du type abstrait `Arbre`

Q1. Dessiner un arbre binaire de hauteur 3 comportant 5 feuilles

En n'utilisant que des primitives du type abstrait :

Q2. Écrivez une séquence d'instructions permettant de construire l'arbre binaire proposé à la question 1.

Q3. Écrivez une fonction qui prend en paramètre un arbre binaire et renvoie le nombre de feuilles de cet arbre.

- Q 4.* Écrivez une fonction qui prend en paramètre un arbre binaire et renvoie la hauteur de cet arbre.
- Q 5.* Écrivez une procédure permettant de «supprimer» un arbre entier, en libérant la mémoire de chacun de ses nœuds.

Exercice 2. Implémentation du type abstrait *Arbre*

- Q 1.* Proposez une implémentation du type *Arbre* à l'aide d'un tableau de taille *N* alloué statiquement (on suppose donc ici que le nombre de nœuds de tout arbre binaire sera limité à *N*). Écrivez le code de chaque primitive pour cette implémentation.
- Q 2.* Proposez maintenant une implémentation du type *Arbre* à l'aide de cellules mémoires allouées dynamiquement et chaînées par pointeurs.